

1. ЗАКОН ГУКА

В данной лабораторной работе закон Гука исследуется с использованием цилиндрических пружин, которые изменяют свою длину под действием присоединенного груза известной массы m . В этом случае начальные деформации пружины в эксперименте не учитываются, а закон Гука формулируется следующим образом:

$$F = k \cdot \Delta L \quad (1.1)$$

где F – сила тяжести, создаваемая весом, прикрепленным к пружине, k – коэффициент жесткости пружины, ΔL – удлинение пружины под действием приложенного веса.

Жесткость пружины k зависит от материала и геометрических размеров пружины. Для винтовой пружины с n витками постоянного диаметра D :

$$k = G \cdot \frac{d^4}{D^3} \cdot \frac{1}{8 \cdot n} \quad (1.2)$$

где d – диаметр проволоки, из которой изготовлена пружина; D – диаметр пружины; n – количество витков; G – модуль сдвига материала пружины.

Например, модуль сдвига G стальной проволоки, образующей витки пружины, составляет 81,5 ГПа.

В этом эксперименте исследуются пружины с разными характеристиками. Для каждой пружины строится зависимость силы тяжести от изменения длины пружины (рис. 1.1).

Сила тяжести F может быть определена с достаточной точностью по массе груза m как

$$F = m \cdot g \quad (1.3)$$

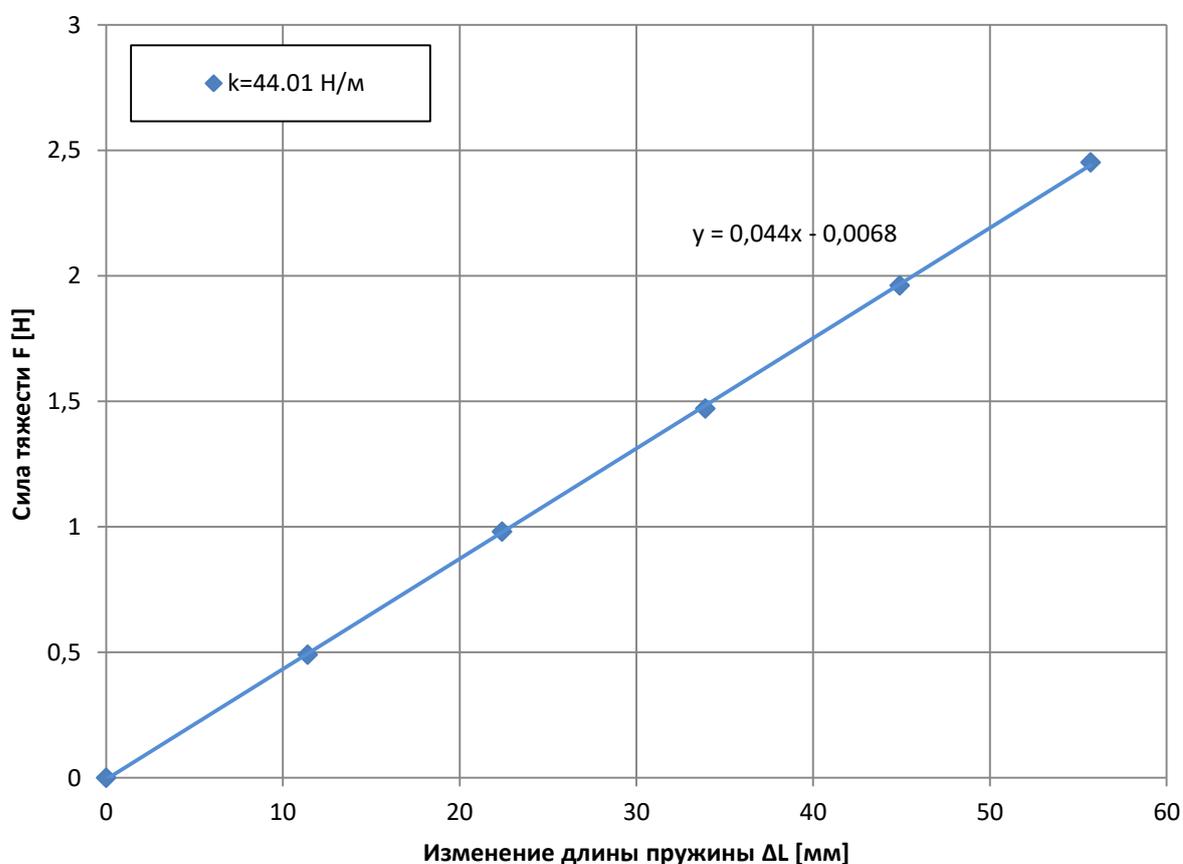


Рис. 1.1 – Зависимость: Усилие–Удлинение (F - ΔL) для пружины с жесткостью $k=44,01$ Н/м

2. РЫЧАГИ ПЕРВОГО И ВТОРОГО РОДА

Рычаг – это неподвижное тело, которое может вращаться вокруг фиксированной оси и может использоваться для подъема и перемещения грузов. Сила применяется в определенной точке относительно опоры, чтобы переместить нагрузку или сопротивление в другую точку вдоль рычага. Для рычага первого класса сила F_1 и нагрузка F_2 находятся на противоположных сторонах оси, и обе силы действуют в одном направлении. Для рычага второго класса сила F_1 и нагрузка F_2 находятся с одной стороны от точки опоры, и обе силы действуют в противоположных направлениях.

Для обоих классов закон рычага следует из равновесия моментов:

$$F_1 \cdot X_1 = F_2 \cdot X_2 \quad (2.1)$$

Это составляет физическую основу для всех типов механической передачи силы.

В этой лабораторной работе произведения $F_1 \cdot X_1$ и $F_2 \cdot X_2$ рассчитываются в каждом случае на основе измеренных значений и сравниваются друг с другом. Экспериментальные данные можно представить в виде числовой поверхности (рис. 2.1).

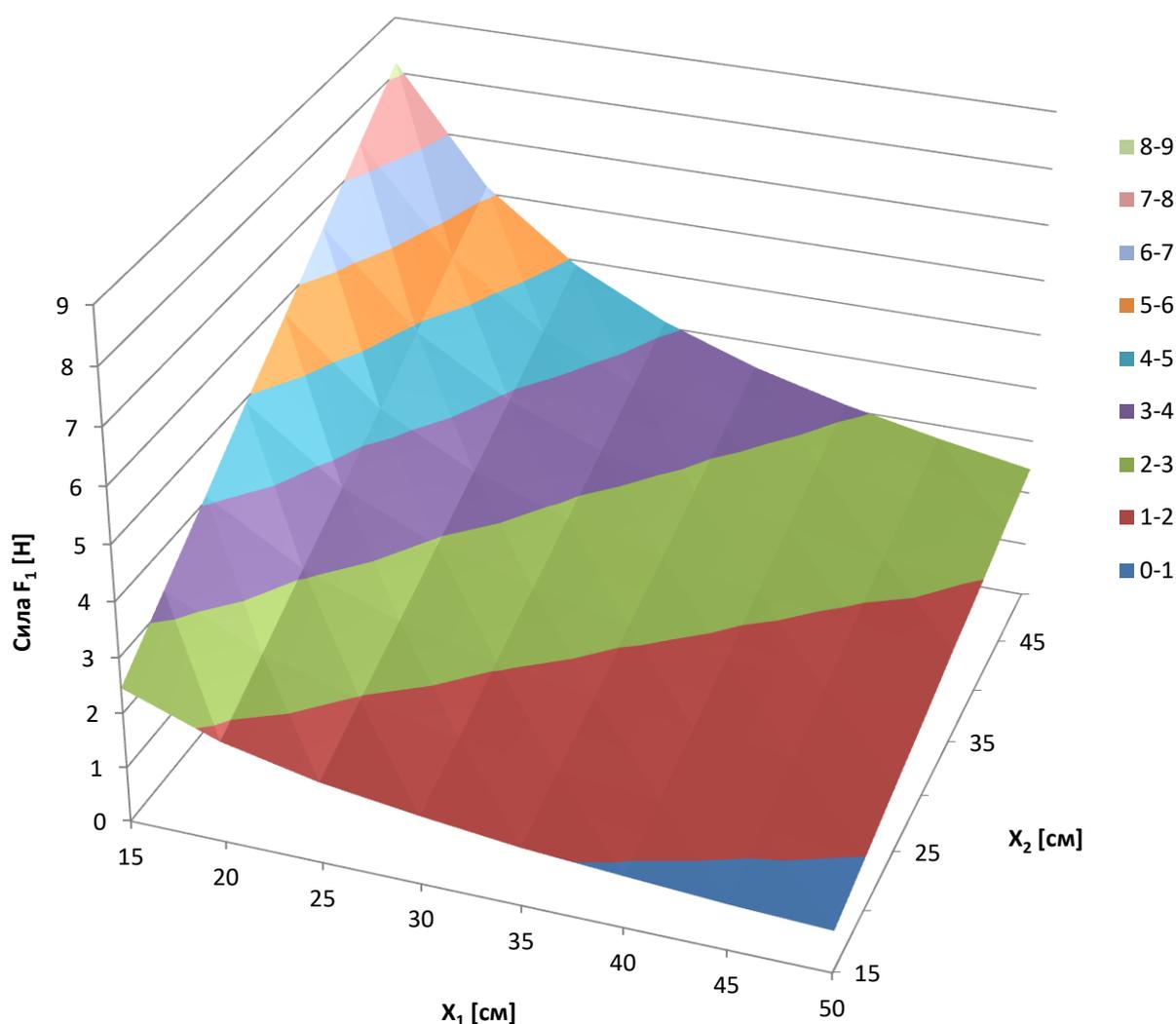


Рис. 2.1 – Отношение уравнивающей силы F к плечу ее приложения X_1 и плечу приложения нагрузки X_2

3. ПАРАЛЛЕЛОГРАММ СИЛ

Векторное сложение сил может быть ясно и просто продемонстрировано на специальном столике. Точка действия трех отдельных сил в равновесии находится точно посередине столика. В этой лабораторной работе определяются значения отдельных сил в зависимости от подвешенных грузов, и с помощью транспортира измеряются углы действия вектора каждой силы.

В состоянии равновесия сумма трех отдельных сил равна

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0 \quad (3.1)$$

Сила F_3 – это сумма отдельных сил F_1 и F_2 :

$$-F_3 = F = F_1 + F_2 \quad (3.2)$$

Горизонтальная (в плане) составляющая вектора для суммы F равна

$$-F_3 = F = F_1 \cdot \cos(\alpha_1) + F_2 \cdot \cos(\alpha_2) \quad (3.3)$$

вертикальная составляющая:

$$0 = F_1 \cdot \sin(\alpha_1) + F_2 \cdot \sin(\alpha_2) \quad (3.4)$$

Уравнения 3.3 и 3.4 обеспечивают математический анализ сложения векторов. В эксперименте сила F_3 действует под углом 0° .

В качестве альтернативы для аналитических наблюдений баланс сил можно исследовать графически. Для этого необходимо провести линии, представляющие все три силы, расходящиеся от центральной точки действия. Путем параллельного перемещения сил F_2 и F_3 можно достичь состояния, в котором начальная точка будет в конце предыдущего вектора. Результирующий вектор сил равен 0. В эксперименте исследуются три произвольные силы, и каждый раз фиксируется состояние равновесия.

Эксперимент также исследует частный случай, в котором силы F_1 и F_2 симметричны относительно силы F_3 .

Уравнение 3.4 выполняется в симметричном случае ($F_1=F_2$ и $\alpha_1=-\alpha_2$). Из уравнения 3.3 мы получаем характеристическое уравнение, показанное на рисунке 3.1 (для описания данных измерений):

$$F = 2 \cdot F_1 \cdot \cos(\alpha) \quad (3.5)$$

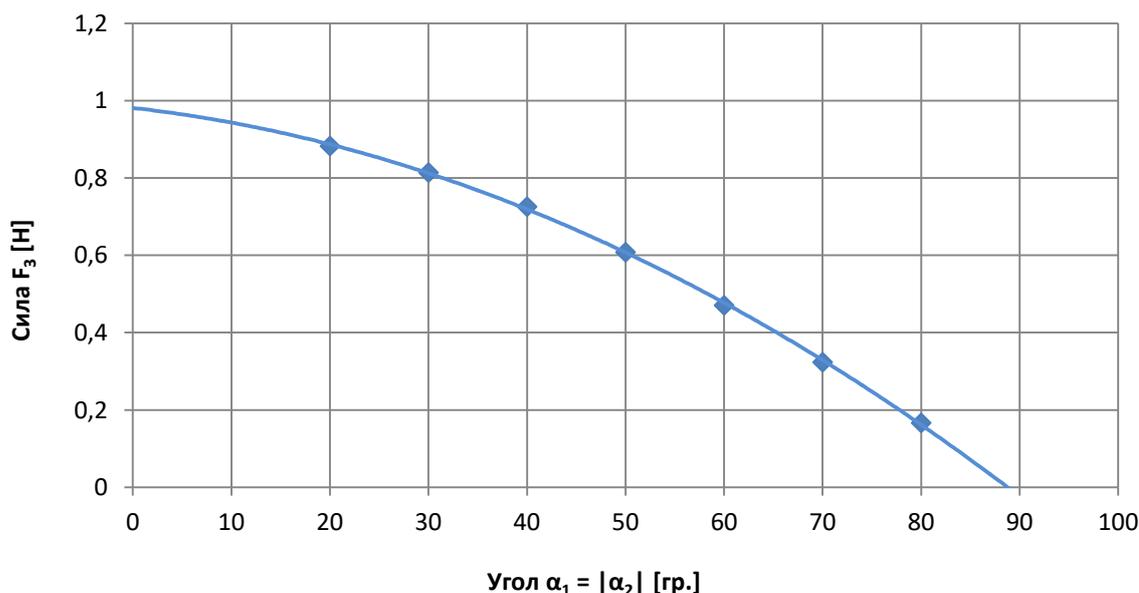


Рис. 3.1 – Измеренная суммарная сила в зависимости от угла приложения двух симметричных сил $\alpha_1=|\alpha_2|$

4. НАКЛОННАЯ ПЛОСКОСТЬ

Компоненты силы тяжести задаются следующими соотношениями:

$$F_1 = G \cdot \sin(\alpha) \quad (4.1)$$

$$F_2 = G \cdot \cos(\alpha) \quad (4.2)$$

В этом эксперименте тело закреплено на веревке, переброшенной через шкив. Сила, действующая вдоль наклонной плоскости, компенсируется грузами на тарелки, подвешенной на другом конце веревки. Поскольку между телом и наклонной плоскостью возникает трение, значение, используемое для измерений, представляет собой среднее из наименьшего и наибольшего значения, при которых тело остается в состоянии покоя.

Вес тела G определяется заранее с помощью динамометра. Также учитывается вес тарелки для установки дополнительных грузов. Угол наклона плоскости α можно определить по шкале транспортира.

Для оценки экспериментальных данных отношение параллельной составляющей силы F_1 , измеренной для различных углов наклона α , к массе тела G , строится в зависимости от синуса угла наклона плоскости $\sin(\alpha)$ (рис. 4.1). В пределах допусков измерений все значения лежат на прямой линии, проходящей через начало координат.

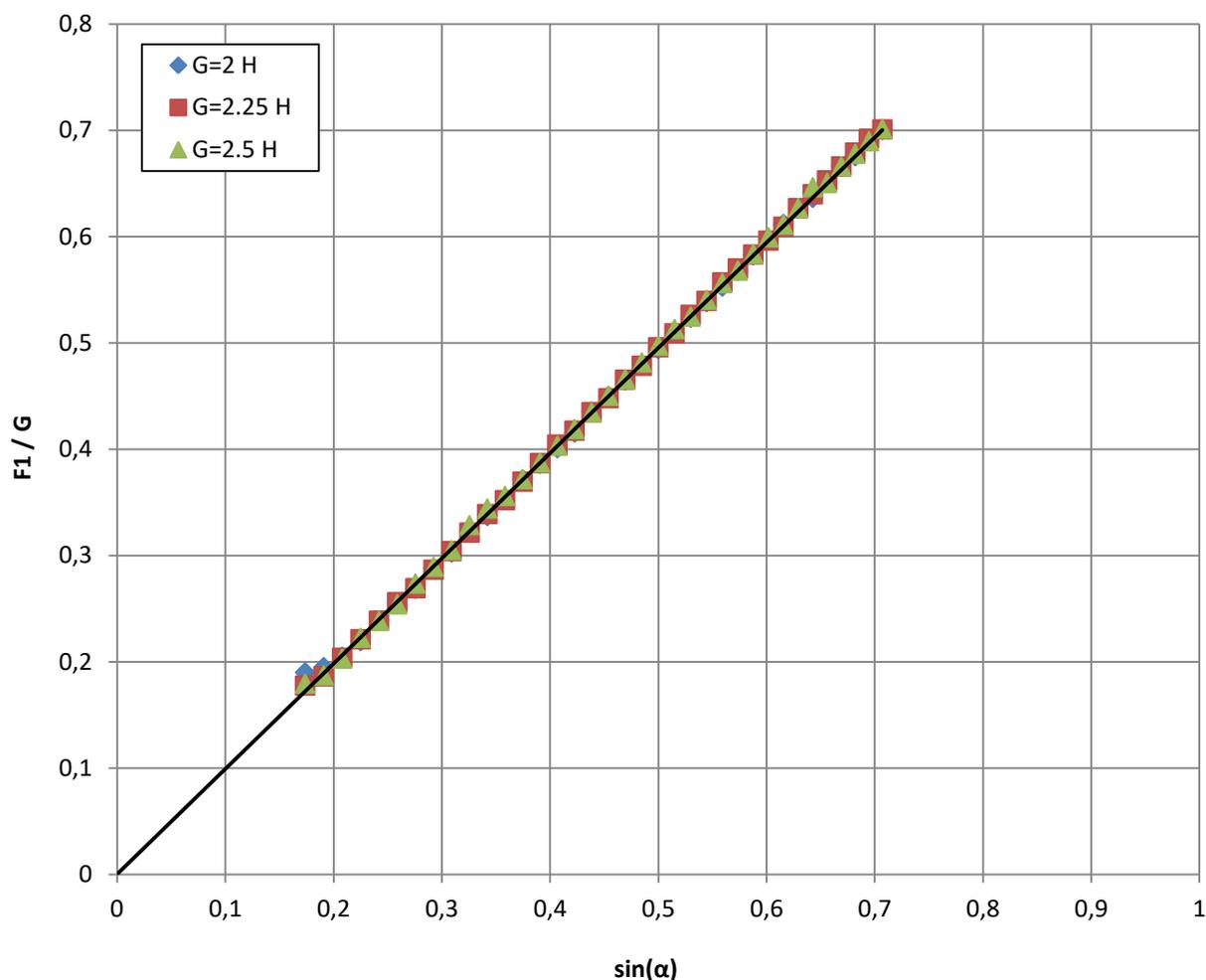


Рис. 4.1 – Отношение параллельной составляющей силы F_1 к весу тела G в зависимости от синуса угла наклона плоскости $\sin(\alpha)$

5. СТАТИЧЕСКОЕ И ДИНАМИЧЕСКОЕ ТРЕНИЕ

Силы статического и динамического трения не зависят от площади контакта, но в первую очередь определяются типами материалов и шероховатостью контактирующих поверхностей (рис. 5.1-5.2). Они также пропорциональны силе, перпендикулярной плоскости самих поверхностей (нормальной силе F_N). Таким образом, коэффициенты статического трения μ_{stat} и динамического трения μ_{dyn} определяются следующим образом:

$$F_{stat} = \mu_{stat} \cdot F_N; \quad F_{dyn} = \mu_{dyn} \cdot F_N \quad (5.1)$$

Для измерения динамического трения используется специальное устройство, в котором фрикционная лента вытягивается с постоянной скоростью из-под тела, которое остается неподвижным и также соединено с динамометром. Измерения производятся для различных комбинаций материалов и площадей контакта. Чтобы изменить нормальную силу, дорожку можно наклонить так, чтобы изменилась составляющая веса неподвижного тела, которая действует нормально по отношению к плоскости поверхности.

Если дорожка наклонена на угол α , нормальная сила, прилагаемая телом массы m в направлении, перпендикулярном наклонной плоскости (рис. 5.3), равна

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \quad (5.2)$$

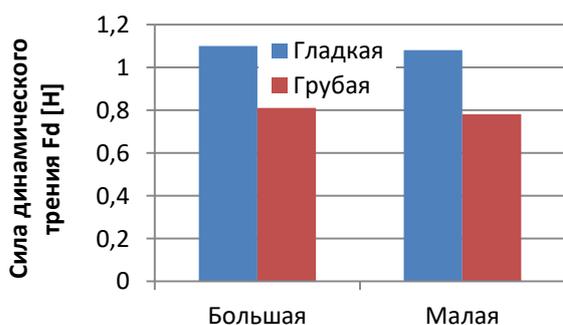


Рис. 5.1 – Сила динамического трения в зависимости от площади контакта и шероховатости фрикционной ленты

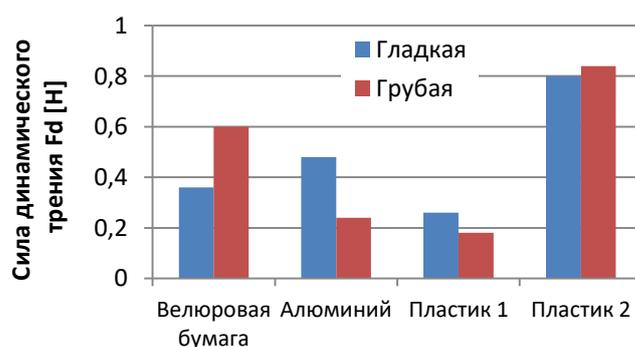


Рис. 5.2 – Сила динамического трения в зависимости от материала подложки и шероховатости фрикционной ленты

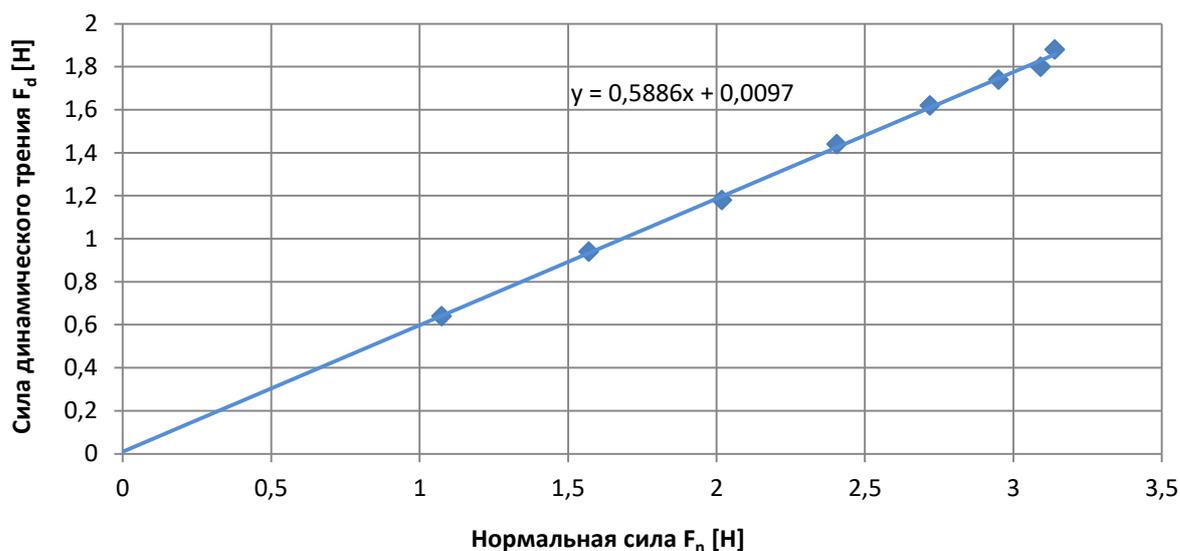


Рис. 5.3 – Связь между силой динамического трения и силой, перпендикулярной наклонной поверхности

6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА

Для теоретических расчетов балка мысленно разрезается на параллельные сегменты, которые сжимаются изнутри и растягиваются снаружи при изгибе. Нейтральные сегменты не сжимаются и не растягиваются. Относительное растяжение или сжатие ε других волокон и соответствующее напряжение σ зависят от их расстояния z от нейтральных сегментов:

$$\varepsilon(z) = \frac{s+\Delta s(z)}{s} = \frac{z}{\rho(x)}; \quad \sigma(z) = E \cdot \varepsilon(z) \quad (6.1)$$

где $\rho(x)$ – локальный радиус кривизны балки.

Следовательно, кривизна обусловлена местным изгибающим моментом:

$$M(x) = \int_A \sigma(z) \cdot z \cdot dA = \frac{1}{\rho(x)} \cdot E \cdot J \quad (6.2)$$

где $J = \int_A z^2 \cdot dA$ – момент инерции поперечного сечения балки.

В этом эксперименте будет измеряться профиль деформации балки $w(x)$, при котором нейтральные сегменты смещаются из своего положения покоя (рис. 6.1). Это можно рассчитать следующим образом, если величины $dw(x)/dx$ достаточно малы:

$$\frac{d^2 w}{dx^2}(x) = \frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{E \cdot J} \quad (6.3)$$

Профиль деформации получается методом двойного интегрирования.

Сумма всех моментов, действующих на балку в произвольной точке x , равна нулю:

$$M(x) - F_1 \cdot x - F_2 \cdot (L - x) + F \cdot (a - x) = 0 \quad (6.4)$$

На концах балки не возникает кривизны или деформации, т. е. $M(0)=M(L)=0$ и $w(0)=w(L)=0$. Следовательно:

$$M(\zeta) = \begin{cases} F \cdot L \cdot (1 - \alpha) \cdot \zeta; & 0 \leq \zeta \leq \alpha \\ F \cdot L \cdot (1 - \zeta) \cdot \alpha; & \alpha < \zeta \leq 1 \end{cases} \quad (6.5)$$

где $\zeta=x/L$, $\alpha=a/L$.

Профиль деформации:

$$w(\zeta) = \begin{cases} -\frac{F \cdot L^3}{E \cdot J} \cdot [(1 - \alpha) \cdot \zeta \cdot (2\alpha - \zeta^2 - \alpha^2)]; & 0 \leq \zeta \leq \alpha \\ -\frac{F \cdot L^3}{E \cdot J} \cdot [(1 - \zeta) \cdot \alpha \cdot (2\zeta - \alpha^2 - \zeta^2)]; & \alpha < \zeta \leq 1 \end{cases} \quad (6.6)$$

где $J = \frac{H^3}{12} \cdot W$ (H, W – высота и ширина поперечного сечения балки).

В эксперименте форма профиля проверяется на нагрузку в центре балки ($\alpha=0,5$) и вне центра ($\alpha < 0,5$).

Когда груз приложен по центру балки:

$$w\left(x = \frac{L}{2}, a = \frac{L}{2}\right) = -\frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot J} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{F}{E} \cdot \frac{L^3}{H^3} \cdot \frac{1}{W} \quad (6.7)$$

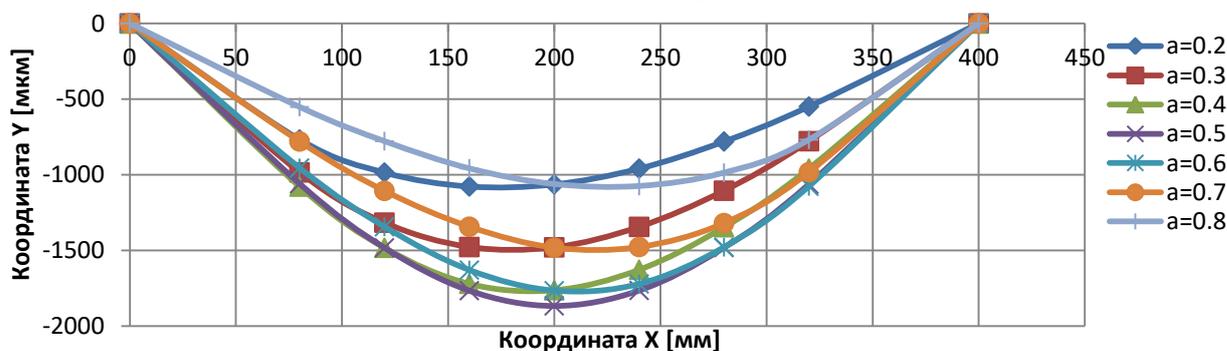


Рис. 6.1 – Профиль деформации балки при различных положениях α установки груза

7. СКРУЧИВАНИЕ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЯХ

К свободному концу стержня прикладывается кручение, которое закручивает его на небольшой угол ψ , в результате чего каждый из сегментов стержня радиуса r закручивается на следующий угол:

$$\alpha_r = \frac{r}{L} \cdot \psi \quad (7.1)$$

Напряжение сдвига:

$$\tau_r = \frac{dF_{r,\varphi}}{dA_{r,\varphi}} = G \cdot \alpha_r \quad (7.2)$$

где G – модуль сдвига материала.

Составляющая силы $dF_{r,\varphi}$, действующая тангенциально:

$$\Delta A_{r,\varphi} = r \cdot d\varphi \cdot dr \quad (7.3)$$

$$dF_{r,\varphi} = G \cdot \frac{r^2}{L} \cdot \psi \cdot d\varphi \cdot dr \quad (7.4)$$

Можно вычислить силу dF_r , необходимую для того, чтобы повернуть полый цилиндр радиуса r на угол ψ в соответствии с крутящим моментом dM_r :

$$dM_r = r \cdot dF_r = G \cdot 2\pi \cdot \frac{r^3}{L} \cdot \psi \cdot dr \quad (7.5)$$

Для сплошного стержня радиуса r_0 :

$$M = \int_0^{r_0} dM_r = D\psi, \quad D = G \frac{\pi r_0^4}{2L} \quad (7.6)$$

Крутящий момент M остается пропорциональным углу кручения ψ , т.е. коэффициент кручения D остается постоянным, пока крутящий момент M не слишком велик.

Пока отклонение не слишком велико, диск будет колебаться с периодом

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}} \quad (7.7)$$

где J – момент инерции диска.

Общий момент инерции делится на момент инерции J_0 диска и момент инерции двух дополнительных грузов m , которые расположены на радиусе R от оси кручения:

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot R^2 \quad (7.8)$$

Уравнение для определения коэффициента кручения (рис. 7.1-7.3):

$$D = 4\pi^2 \cdot \frac{2 \cdot m \cdot R^2}{T^2 - T_0^2} \quad (7.9)$$

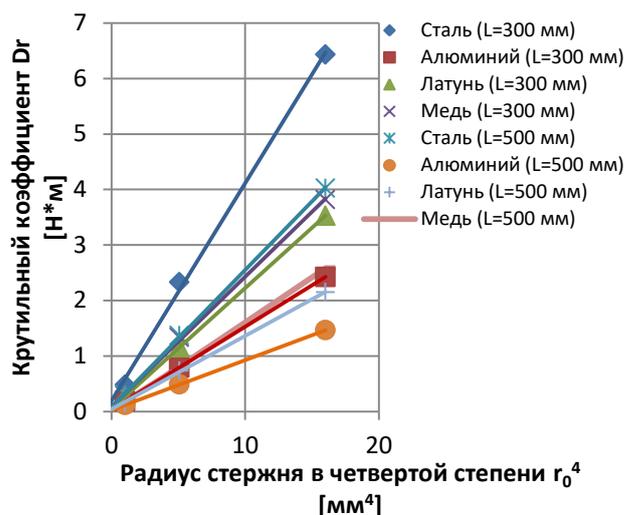


Рис. 7.1 – Зависимость: Крутильный коэффициент–Радиус стержня ($D_r-r_0^4$) для различных материалов и длины стержня

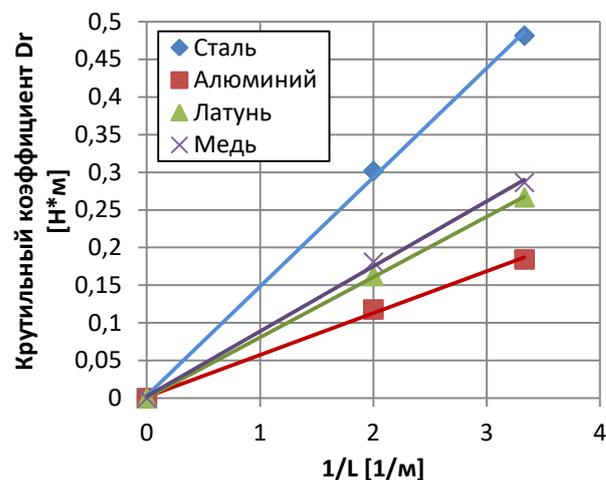


Рис. 7.2 – Зависимость: Крутильный коэффициент–Обратная длина (D_r-1/L) для различных материалов стержня

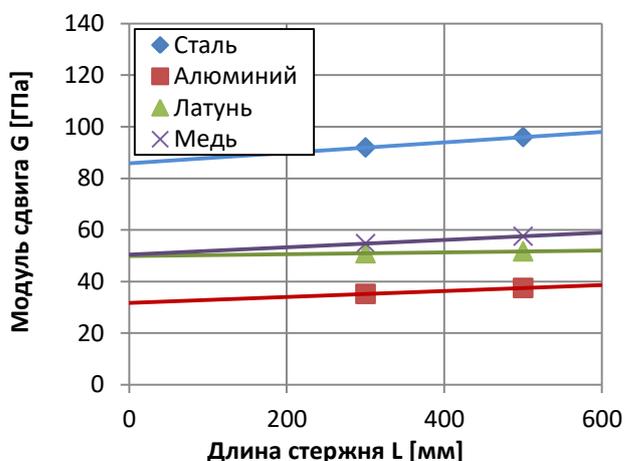


Рис. 7.3 – Зависимость: Модуль сдвига–Длина стержня ($G-L$) для различных материалов стержня

8. ВИСКОЗИМЕТР С ПАДАЮЩИМ ШАРИКОМ

Динамическая вязкость η большинства жидкостей уменьшается с повышением температуры. Это можно описать уравнением Андраде:

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp\left(\frac{E_A}{R \cdot T}\right) \quad (8.1)$$

где E_A – энергия активации атомов/молекул в жидкости, T – абсолютная температура, $R=8,314$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Динамическая вязкость часто измеряется вискозиметрами, в которых шарик погружается в жидкость под действием силы тяжести. Спуск замедляется сопротивлением Стокса:

$$F_1 = \eta \cdot 6\pi \cdot r \cdot v \quad (8.2)$$

где r – радиус шарика.

Выталкивающая сила равна:

$$F_2 = \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot g \quad (8.3)$$

где ρ_0 – плотность шарика, ρ – плотность жидкости, g – ускорение свободного падения.

В результате:

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot r^2 \cdot g \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot \frac{t}{s} \quad (8.4)$$

где s – расстояние, t – время погружения шарика.

Для вискозиметра Гепплера справедливо следующее уравнение:

$$\eta = t \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot K \quad (8.5)$$

Калибровочный коэффициент K задается для каждого шарика.

В этом эксперименте исследуется водный раствор глицерина с различными массовыми концентрациями. Вязкость раствора измеряется как функция массовой концентрации и температуры (рис. 8.1-8.3). Для этого вискозиметр подключается к циркуляционному термостату.

Уравнение 8.1 можно переформулировать в следующем виде:

$$\ln(\eta) = \ln(\eta_0) + E_A \cdot \frac{1}{R \cdot T} \quad (8.6)$$

Это означает, что $y=\ln(\eta)$ можно построить в зависимости от $x = \frac{1}{R \cdot T}$, а энергию активации E_A можно определить по наклону полученных прямых линий.

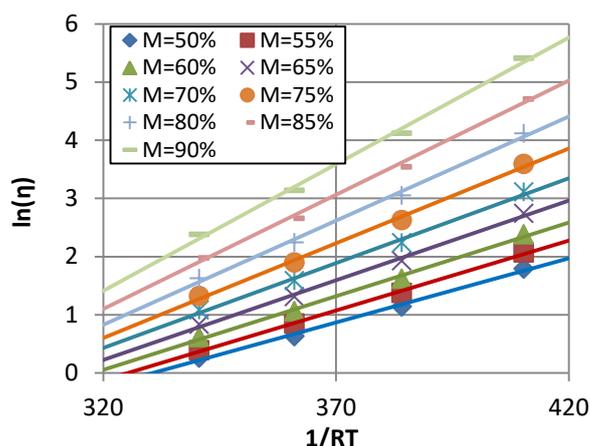


Рис. 8.1 – Зависимость: $\ln(\eta)-1/RT$ для различных массовых концентраций глицерина

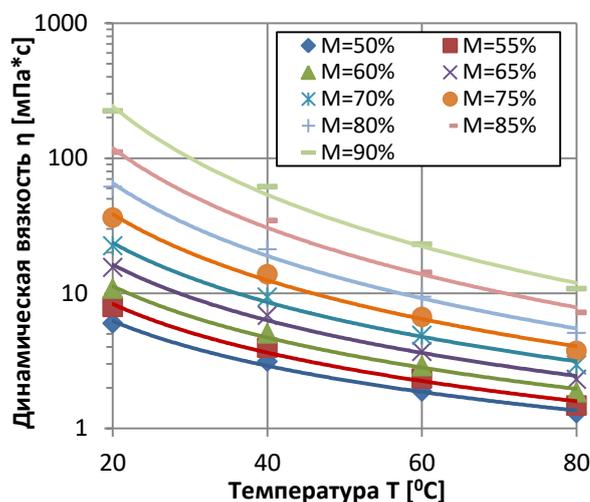


Рис. 8.2 – Зависимость: Динамическая вязкость–Температура ($\eta-T$) для различных массовых концентраций глицерина

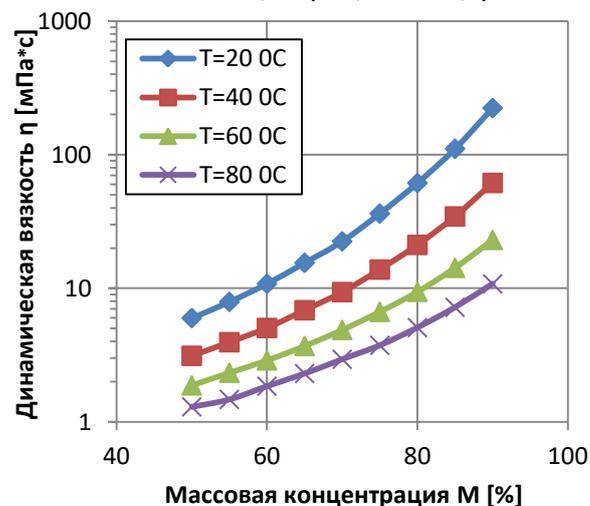


Рис. 8.3 – Зависимость: Динамическая вязкость–Массовая концентрация ($\eta-M$) для различных температур раствора

9. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ

Поверхностное натяжение жидкости – это свойство поверхности между жидкостью и воздухом, контактирующим с ней. Данное свойство связано с тем, что молекула жидкости на поверхности испытывает силы взаимодействия от соседних молекул только с одной стороны, в то время как молекула внутри жидкости испытывает силы взаимодействия со всех сторон. Следовательно, молекула на поверхности испытывает силу, перпендикулярную поверхности, по направлению к внутренней части жидкости. Следовательно, чтобы увеличить площадь поверхности за счет переноса большего количества молекул на поверхность, требуется затратить энергию.

В частности,

$$\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta A} \quad (9.1)$$

увеличение энергии ΔE при постоянной температуре, деленное на увеличение площади поверхности ΔA , называется поверхностным натяжением или плотностью поверхностной энергии.

Чтобы проиллюстрировать значение этого определения, рассмотрим пример кольца с острой кромкой, которое изначально полностью погружено в жидкость. Если кольцо медленно вытаскивать из жидкости, тонкая жидкая прослойка также вытягивается вверх по нижнему краю кольца. Когда кольцо поднимается на дополнительное расстояние Δx , общая площадь поверхности прослойки снаружи и внутри кольца увеличивается на величину:

$$\Delta A = 4 \cdot \pi \cdot R \cdot \Delta x \quad (9.2)$$

где R – радиус кольца.

Для этого необходимо приложить усилие:

$$F_0 = \frac{\Delta E}{\Delta x} \quad (9.3)$$

Если сила, прикладываемая для подъема кольца, превышает F_0 , тонкая прослойка жидкости разрывается.

В эксперименте металлическое кольцо с острой нижней кромкой подвешено в горизонтальном положении на прецизионном динамометре. Сначала кольцо полностью погружается в исследуемую жидкость (например, воду), затем медленно вынимается из жидкости. Тонкая прослойка жидкости разрывается, когда тянущее усилие F превышает предельное значение F_0 .

Из уравнений 9.1, 9.2 и 9.3 следует:

$$F_0 = \frac{\Delta E}{\Delta x} = 4 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma \quad (9.4)$$

Таким образом, уравнение для определения поверхностного натяжения имеет вид:

$$\sigma = \frac{F_0}{4 \cdot \pi \cdot R} \quad (9.5)$$

10. ЗАКОН АРХИМЕДА

Закон Архимеда гласит, что тело, погруженное в жидкость, испытывает выталкивающую силу (силу плавучести). Величина этой силы равна весу вытесняемой жидкости.

Для тела правильной геометрической формы с площадью поверхности A и высотой H , погруженного на глубину h , применяется следующее:

$$F_G = \rho \cdot g \cdot A \cdot h, \quad h < H \quad (10.1)$$

и

$$F_G = \rho \cdot g \cdot A \cdot H, \quad h > H \quad (10.2)$$

В этом эксперименте используется алюминиевый блок веса F_0 . Этот груз действует на динамометр одновременно с погружением в воду на глубину h , так что общая сила определяется следующим образом:

$$F(h) = F_0 - F_G(h) \quad (10.3)$$

Значения, измеренные для направленной вверх силы F_G как функции относительной глубины погружения h/H , лежат на прямой (рис. 10.1), проходящей через начало координат, со следующим наклоном:

$$a = \rho \cdot g \cdot A \cdot H \quad (10.4)$$

Плотность воды можно рассчитать по данному наклону линии.

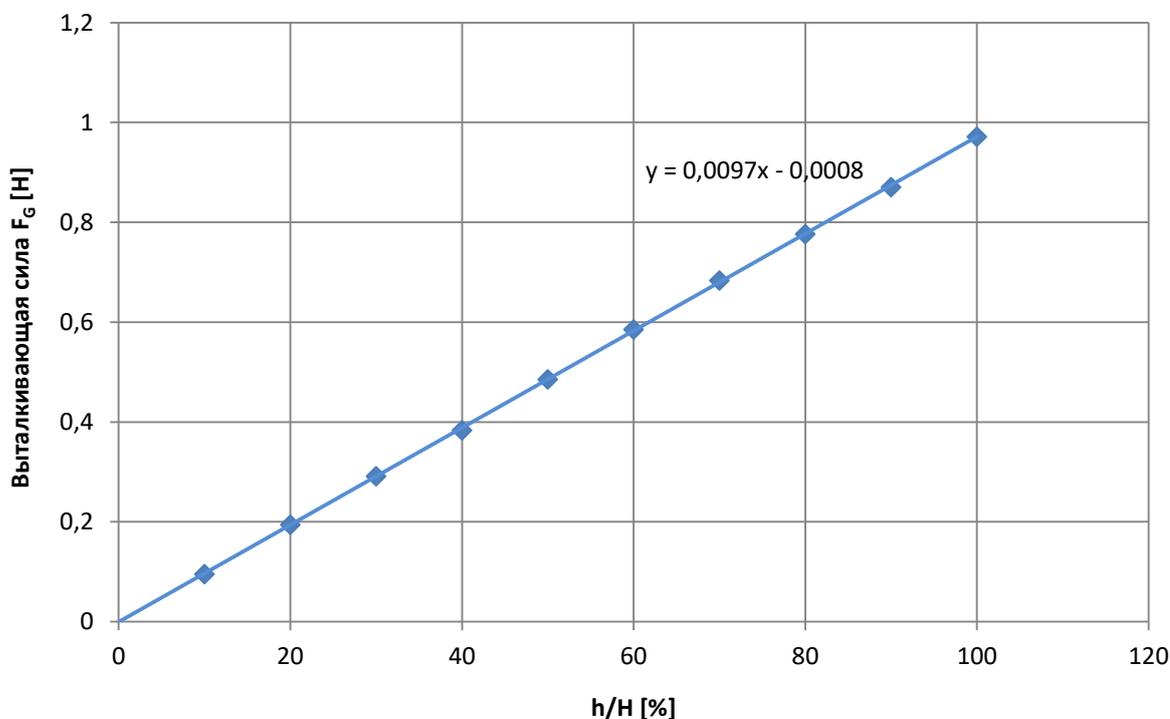


Рис. 10.1 – Зависимость: Выталкивающая сила–Величина погружения тела (F_u - h/H)

ССЫЛКИ НА ИНФОРМАЦИОННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. <https://www.3bscientific.com> – Каталог лабораторного оборудования для проведения физико-технических экспериментов, содержащий более 135 экспериментов по всему спектру физики, от классической до современной.
2. <https://www.ld-didactic.de> – Лабораторные установки, охватывающие научные и инженерные дисциплины, методическое обеспечение и литература для студентов и преподавателей.
3. <https://phys.libretexts.org> – Онлайн-библиотека по физике LibreTexts – тексты с открытым доступом для улучшения последипломного образования на всех уровнях высшего образования.
4. https://en.wikipedia.org/wiki/Hooke%27s_law – «Hooke's law» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.
5. <https://en.wikipedia.org/wiki/Lever> – «Lever» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.
6. https://en.wikipedia.org/wiki/Parallelogram_of_force – «Parallelogram of force» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.
7. <https://en.wikipedia.org/wiki/Friction> – «Friction» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.
8. <https://en.wikipedia.org/wiki/Bending> – «Bending» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.
9. [https://en.wikipedia.org/wiki/Torsion_\(mechanics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Torsion_(mechanics)) – «Torsion (mechanics)» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.
10. <https://en.wikipedia.org/wiki/Viscometer> – «Viscometer» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.
11. https://en.wikipedia.org/wiki/Surface_tension – «Surface tension» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.
12. https://en.wikipedia.org/wiki/Archimedes%27_principle – «Archimedes' principle» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.
13. <https://www.physicsclassroom.com> – большая коллекция интерактивных физических симуляций HTML-5 для планшетов iPad и Chromebook, наполненная упражнениями для развития навыков, физическими симуляциями и игровыми задачами.