1. РАВНОУСКОРЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

Когда тело движется с равномерным ускорением, скорость v и пройденное расстояние s увеличиваются за время t. В данном случае скорость увеличивается с увеличением расстояния.

Мгновенная скорость за интервал времени t определяется уравнением:

$$v(t) = a \cdot t \tag{1.1}$$

Пройденное расстояние определяется уравнением:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \tag{1.2}$$

Следовательно

$$v(s) = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} \tag{1.3}$$

и

$$v^2(s) = 2 \cdot a \cdot s \tag{1.4}$$

Мгновенную скорость можно определить с помощью уравнения:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1.5}$$

Для измерения мгновенной скорости к тележке прикреплен флажок-прерыватель известной ширины Δs, который прерывает луч фотоэлектрического датчика в момент, когда тележка проходит мимо него. Время прерывания луча Δt измеряется с помощью цифрового счетчика.

Если построить зависимость квадратов мгновенной скорости для каждого прогона тележки, рассчитанных по времени прерывания датчика, от пройденного расстояния, следует ожидать, что для случая равномерного ускорения получится линейная характеристика, описываемая уравнением 1.4. Наклон линии, проходящей через начальную точку, равен удвоенному ускорению (рис. 1.1).

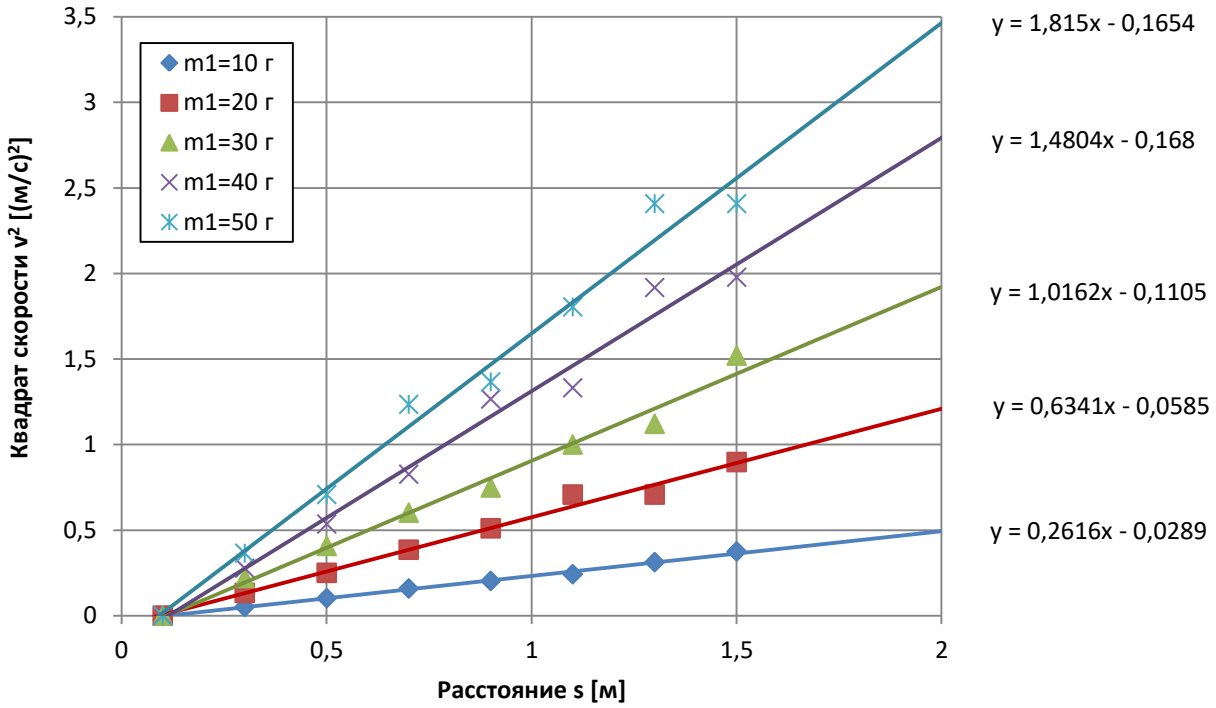

Рис. 1.1 – Зависимость: Квадрат скорости–Расстояние (v^2-s) для m_2=500 г и различных значений m_1

2. ДВИЖЕНИЕ С РАВНОМЕРНЫМ УСКОРЕНИЕМ

В данной лабораторной работе постоянное ускорение является результатом действия постоянной ускоряющей силы F:

$$a = F/m \qquad (2.1)$$

Тележка ускоряется равномерно, поскольку её тянет нить, к свободному концу которой приложена постоянная сила, создаваемая грузом известной массы. Нить переброшена через шкив со спицами, которые при вращении периодически прерывают луч фотоэлектрического датчика.

Показания датчика считываются и обрабатываются автоматически. В этом случае при вращении шкива время t отсчитывается в момент, когда спицы прерывают световой луч датчика. В процессе эксперимента на экране строятся зависимости расстояния s (рис. 2.1), скорости v (рис. 2.2) и ускорения a (рис. 2.3) от времени t движения тележки.

Пусть m_1 – масса груза, подвешенного к нити, а m_2 – масса тележки. Поскольку масса m_1 также подвержена ускорению, в уравнении (2.1) следует использовать следующие значения:

$$m = m_1 + m_2 \qquad (2.2)$$

$$F = m_1 \cdot g \qquad (2.3)$$

Следовательно

$$a = \frac{m_1}{m_1+m_2} \cdot g \qquad (2.4)$$

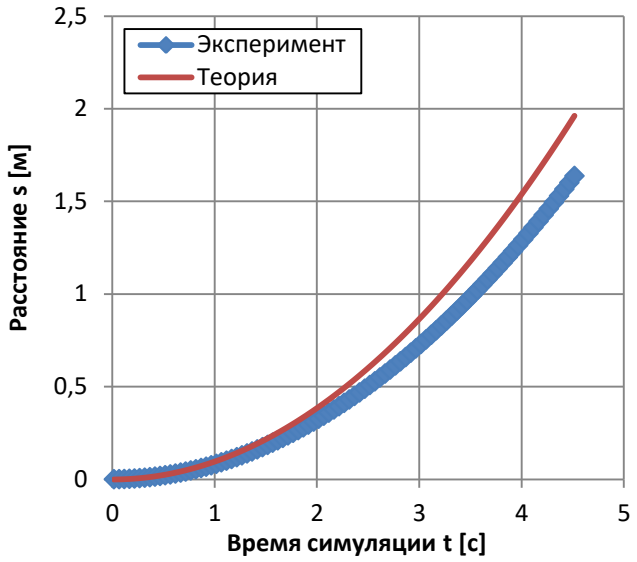

Рис. 2.1 – Зависимость пройденного расстояния от времени

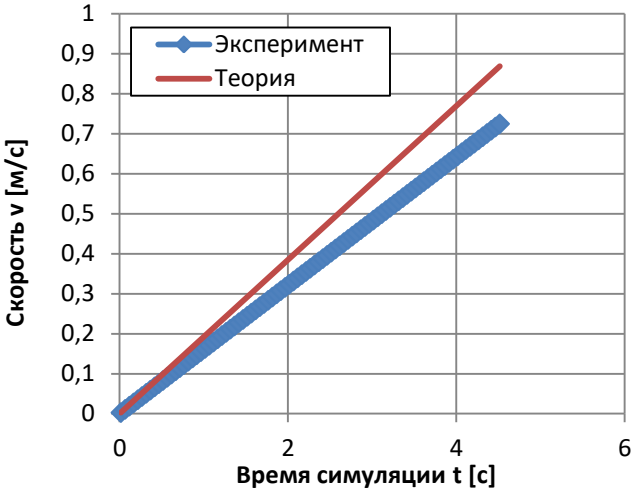

Рис. 2.2 – Зависимость скорости от времени

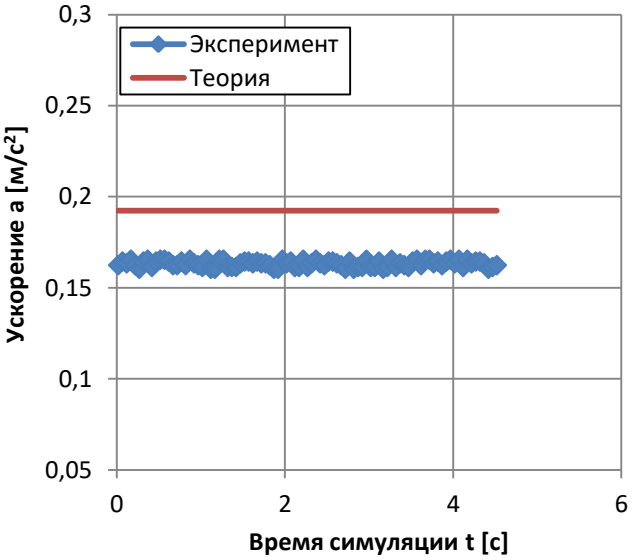

Рис. 2.3 – Зависимость ускорения от времени

3. ЗАКОНЫ СОУДАРЕНИЯ

Теоретически в системе отсчета с общим центром тяжести полный импульс двух тел массой m_1 и m_2 равен нулю как до, так и после столкновения.

$$p_1 + p_2 = p_1{}' + p_2{}' = 0 \tag{3.1}$$

где p_1, p_2 – индивидуальные импульсы двух тел до столкновения; p_1', p_2' – индивидуальные импульсы двух тел после столкновения.

Кинетическая энергия двух сталкивающихся тел в одной системе отсчета определяется уравнением

$$E = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} \tag{3.2}$$

Когда вся кинетическая энергия сохраняется в системе отсчета общего центра тяжести, мы говорим об упругих столкновениях. При неупругом столкновении вся энергия переходит в другую форму.

Используя дорожку с воздушной подушкой в качестве системы отсчета, закон сохранения импульса описывается выражением:

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2' = p = const \tag{3.3}$$

В результате сохранения импульса скорость центра тяжести определяется соотношением

$$v_c = \frac{p}{m_1+m_2} \tag{3.4}$$

а кинетическая энергия центра тяжести равна

$$E_c = \frac{m_1+m_2}{2} \cdot v_c^2 \tag{3.5}$$

Эти уравнения справедливы как для упругих, так и для неупругих столкновений. В этом эксперименте второе тело перед столкновением изначально находится в состоянии покоя. Следовательно, закон сохранения импульса (3.3) описывается выражением

$$p = m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_1{}' + m_2 \cdot v_2{}' \tag{3.6}$$

где v_1' и v_2' имеют разные значения после упругого столкновения и равные значения после неупругого столкновения.

При упругом столкновении плоская пластина на первом теле сталкивается с натянутой резинкой на втором теле. При неупругом столкновении длинный заостренный шип первого тела вдавливается в пластилин на втором теле.

Массы сталкивающихся тел можно изменять, добавляя дополнительные веса.

Для упругого столкновения применяются следующие уравнения:

$$p_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2} \cdot p; \quad p_2' = \frac{2 \cdot m_2}{m_1+m_2} \cdot p \tag{3.7}$$

$$E = \frac{m_1}{2} \cdot v_1^2 = \frac{m_1}{2} \cdot v_1^{2\prime} + \frac{m_2}{2} \cdot v_2^{2\prime} \tag{3.8}$$

Если столкновение неупругое, сохраняется только кинетическая энергия центра тяжести. Кинетическая энергия центра тяжести может быть рассчитана с использованием уравнений (3.4), (3.5) и (3.6):

$$E_c = \frac{m_1}{m_1+m_2} \cdot \frac{m_1}{2} \cdot v_1^2 = \frac{m_1}{m_1+m_2} \cdot E \tag{3.9}$$

Скорость каждого тела можно определить, зная ширину флажка-прерывателя ds и время dt, регистрируемое цифровым счетчиком:

$$v = \frac{ds}{dt} \tag{3.10}$$

4. СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ

В этом эксперименте стальной шарик прикреплен к специальному механизму на заданной высоте. Как только шарик отпущен в свободное падение, запускается цифровой счетчик времени.

После того, как шарик упал с высоты h, он попадает в мишень на нижней платформе, что останавливает измерение времени в момент t.

Начальная скорость шарика в момент времени t_0=0 равна нулю v_0=0. Следовательно, расстояние, пройденное за время t, определяется следующим образом

$$s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \qquad (4.1)$$

Измерения времени для разной высоты падения следует нанести на график зависимости расстояния s от времени (рис. 4.1). Расстояние s не линейно пропорционально времени t. Чтобы получить прямую линию, расстояние должно быть отнесено к квадрату времени (рис. 4.2). Найденная таким образом прямолинейная зависимость подтверждает уравнение (4.1). Наклон такой линии соответствует ускорению свободного падения g.

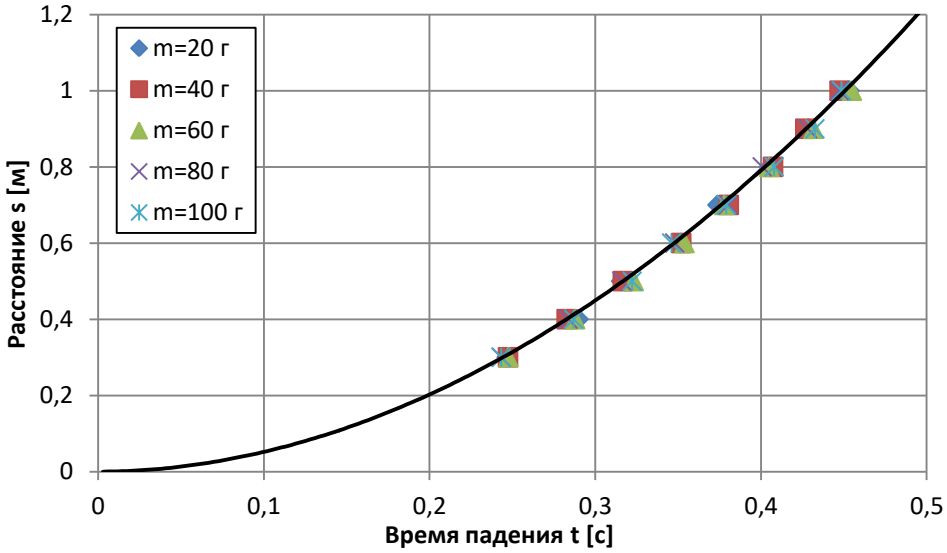

Рис. 4.1 – Зависимость: Расстояние–Время падения (s-t)

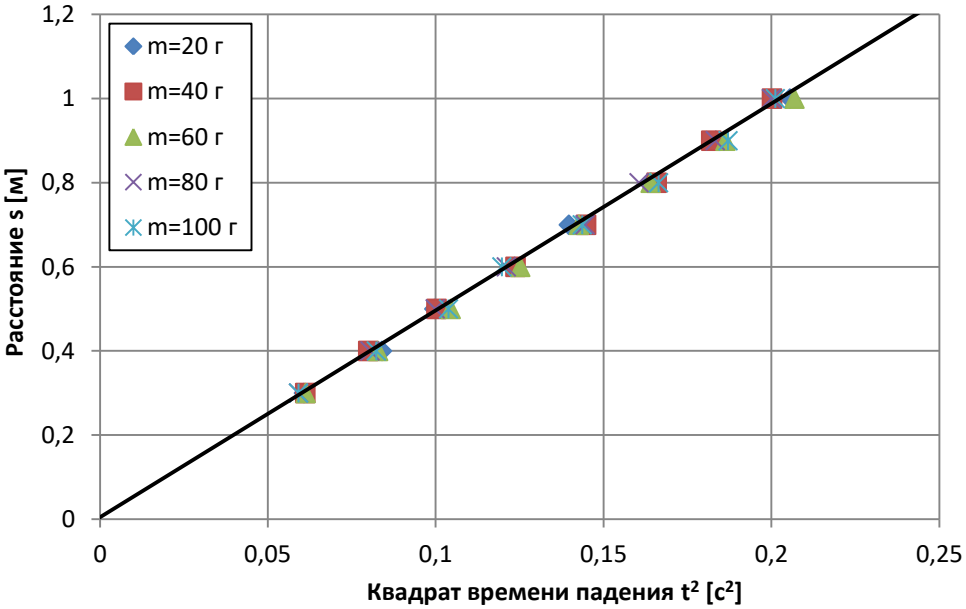

Рис. 4.2 – Зависимость: Расстояние–Квадрат времени падения (s-t^2)

5. ТЕЛО БРОШЕННОЕ ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

При расчете теоретической кривой полета шарика, брошенного под углом к горизонту, для простоты мы принимаем центр шарика в качестве начала системы координат и пренебрегаем трением воздуха. Таким образом, шарик сохраняет начальную скорость в горизонтальном направлении:

$$v_x(0) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \tag{5.1}$$

В этом случае в момент времени t пройденное расстояние по горизонтали равно

$$x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \tag{5.2}$$

В вертикальном направлении под действием силы тяжести шарик испытывает ускорение свободного падения g. Следовательно, в момент времени t его вертикальная составляющая скорости равна

$$v_y(t) = v_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t \tag{5.3}$$

и расстояние, пройденное по вертикале:

$$y(t) = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \tag{5.4}$$

Траектория шарика имеет форму параболы (рис. 5.1), что соответствует уравнению

$$y(x) = \tan(\alpha) \cdot x - \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{(v_0 \cdot \cos(\alpha))^2} \cdot x^2 \tag{5.5}$$

Шарик достигает наивысшей точки параболы в момент времени t_1:

$$t_1 = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} \tag{5.6}$$

В момент времени t_2 шарик снова находится на начальной высоте h=0.

$$t_2 = 2 \cdot \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} \tag{5.7}$$

Высота параболы может быть определена как

$$h = y(t_1) = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \cdot \sin^2(\alpha) \tag{5.8}$$

Ширину параболы можно определить как

$$s = x(t_2) = 2 \cdot \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \tag{5.9}$$

Максимальная ширина кривой полета s_{max} достигается при угле вылета α=45°. Начиная с этой максимальной ширины, начальную скорость шарика можно рассчитать с помощью уравнения 5.9:

$$v_0 = \sqrt{g \cdot s_{max}} \tag{5.10}$$

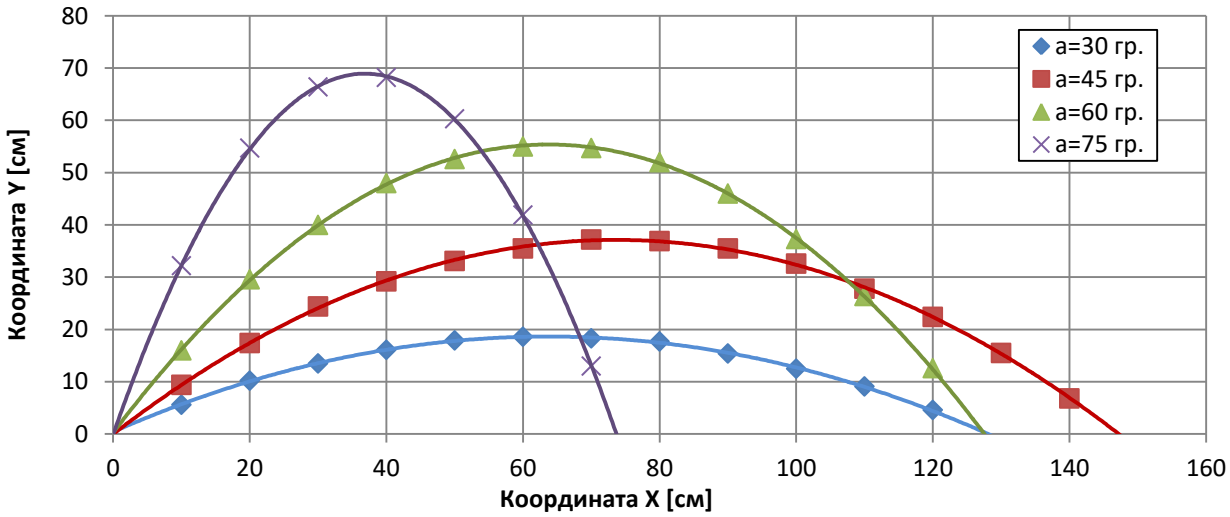

Рис. 5.1 – Траектории полета шарика, запущенного под разными углами к горизонту

6. ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ ГИРОСКОПА

Диск гироскопа вращается вокруг оси, закрепленной на опоре с низким коэффициентом трения. Противовес отрегулирован так, чтобы точка опоры была выровнена с центром тяжести гироскопа. Если гироскоп находится в равновесии и диск вращается, момент L будет постоянным:

$$L = I \cdot \omega_R \tag{6.1}$$

где I – момент инерции и ω_R – угловая скорость вращения диска.

Момент инерции диска гироскопа определяется выражением:

$$I = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \tag{6.2}$$

где M – масса диска и R – радиус диска.

Если дополнительный груз помещается на ось вращения путем добавления массы m, это создает крутящий момент τ, который изменяет угловой момент гироскопа:

$$\tau = m \cdot g \cdot r = \frac{dL}{dt} \tag{6.3}$$

где r – расстояние от точки опоры до места приложения дополнительного груза.

В этом случае ось вращения смещается на следующий угол

$$d\varphi = \frac{dL}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r \cdot dt}{L} \tag{6.4}$$

В результате добавления груза начинается прецессия гироскопа. Угловая скорость прецессионного движения может быть определена как

$$\omega_P = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{m \cdot g \cdot r}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r}{I \cdot \omega_R} \tag{6.5}$$

где $\omega = 2\pi/T = 2\pi \cdot f$

$$\frac{1}{T_R} = f_R = \frac{m \cdot g \cdot r}{I} \cdot T_P \tag{6.6}$$

Если диск настроен на вращение без дополнительного внешнего крутящего момента, а ось вращения немного наклонена в одну сторону, гироскоп покажет нутацию. Угловая скорость нутации прямо пропорциональна угловой скорости вращения:

$$\omega_N = C \cdot \omega_R \quad \text{и} \quad T_R = C \cdot \omega_N \quad \text{где} \quad C = const \tag{6.7}$$

Периоды вращения, прецессии и нутации определяются из экспериментальных данных, регистрируемых фотоэлектрическими датчиками автоматически во время эксперимента. Согласно уравнению 6.6, период прецессии обратно пропорционален периоду вращения, тогда как уравнение 6.7 показывает, что период нутации прямо пропорционален периоду вращения. На соответствующих графиках измеренные значения будут лежать вдоль прямой линии, проходящей через начало координат (рис. 6.1-6.2).

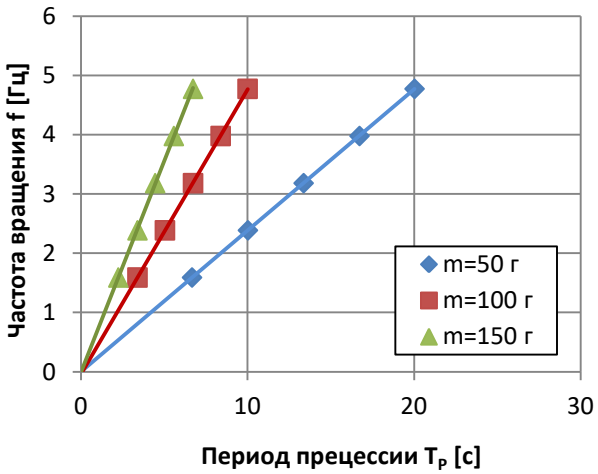

Рис. 6.1 – Зависимость:
Частота вращения–Период прецессии (f-T_P)

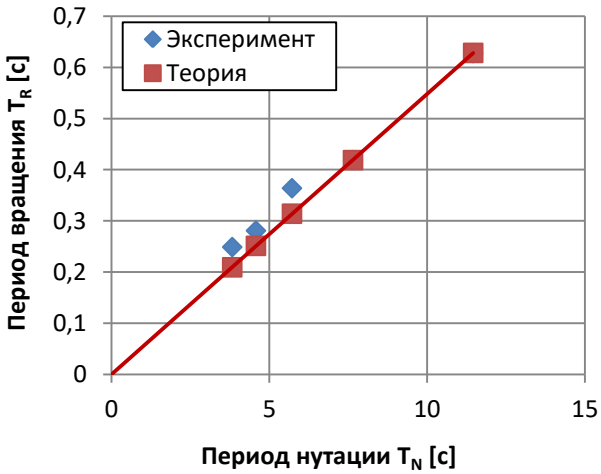

Рис. 6.2 – Зависимость:
Период вращения–Период нутации (T_R-T_N)

7. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ С РАВНОМЕРНЫМ УСКОРЕНИЕМ

Связь между крутящим моментом M, приложенным к твердому телу, моментом инерции J, поддерживаемым таким образом, чтобы оно могло вращаться, и угловым ускорением ε составляет:

$$M = J \cdot \varepsilon \qquad (7.1)$$

Если приложенный крутящий момент постоянен, тело вращается с постоянным угловым ускорением.

В этом эксперименте движение диска с малым трением начинается в момент времени t_0=0 с нулевой начальной угловой скоростью ω=0, а за время t он поворачивается на угол:

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot t^2 \qquad (7.2)$$

Крутящий момент M создается за счет ускоряющей массы m_M, действующей на расстоянии r_M от оси вращения тела, и составляет:

$$M = r_M \cdot m_M \cdot g \qquad (7.3)$$

Если два дополнительных груза массой m_J закрепить на горизонтальном стержне вращающейся системы на одинаковом фиксированном расстоянии r_J от оси вращения, момент инерции возрастет до

$$J = J_0 + 2 \cdot m_J \cdot r_J^2 \qquad (7.4)$$

где J_0 – момент инерции системы без дополнительных грузов.

Чтобы определить угловое ускорение ε как функцию переменных M и J, необходимо измерить время t(90°), необходимое для поворота диска на угол 90°. В этом частном случае угловое ускорение равно

$$\varepsilon = \frac{\pi}{t(90^0)^2} \qquad (7.5)$$

На рис. 7.1 и 7.2 показана зависимость угла поворота диска от времени, а на рис. 7.3 показана зависимость углового ускорения от приложенного крутящего момента.

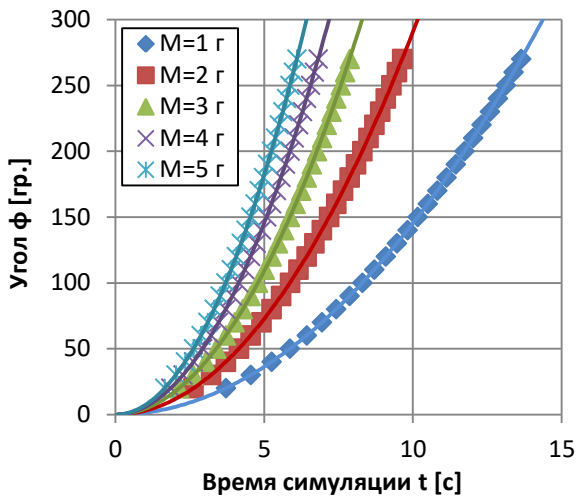

Рис. 7.1 – Зависимость: Угол–Время (ф-t)

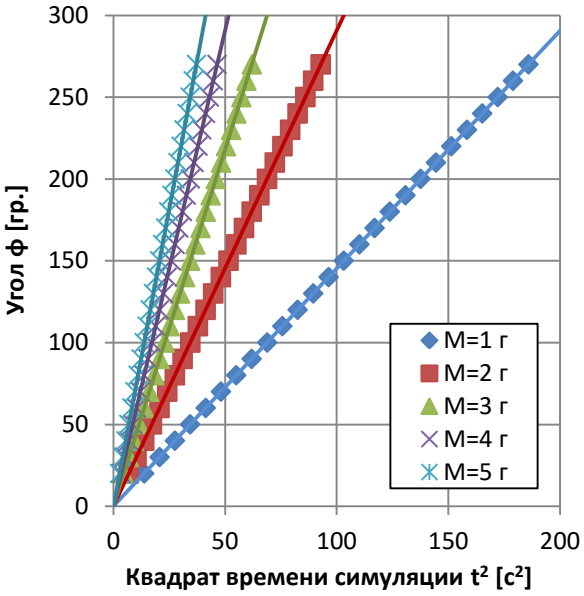

Рис. 7.2 – Зависимость: Угол–Квадрат времени (ф-t^2)

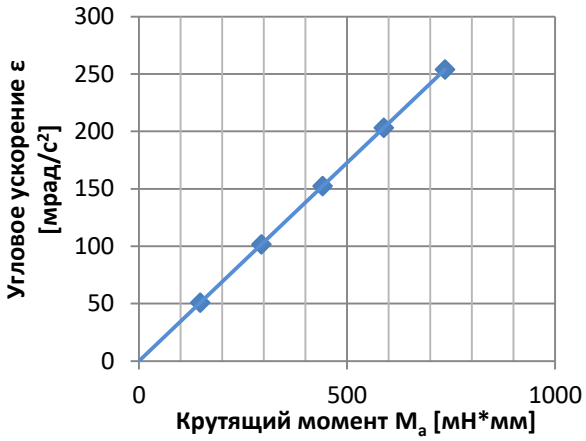

Рис. 7.3 – Зависимость: Угловое ускорение–Приложенный крутящий момент (ε-M)

8. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ

В этом эксперименте рассматривается вращающийся диск с прикрепленным к нему горизонтальным стержнем, к которому симметрично прикреплены два дополнительных груза массы m на расстоянии r от оси вращения. Для этой системы момент инерции равен:

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot r^2 \tag{8.1}$$

где J_0 – момент инерции диска и стержня без дополнительных грузов.

Поскольку вращающийся диск упруго связан винтовой пружиной с жесткой опорой, момент инерции можно определить по периоду крутильных колебаний диска относительно его положения покоя:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D_r}} \tag{8.2}$$

где D_r – крутильный коэффициент пружины.

Уравнение 8.2 показывает, что чем больше момент инерции J диска с прикрепленным к нему горизонтальным стержнем в зависимости от массы m и расстояния r, тем больше период колебаний T.

Во время эксперимента периоды крутильных колебаний диска регистрируются с помощью цифрового счетчика. В этом случае для определения момента инерции из уравнения 8.2 выводится следующее уравнение:

$$J = D_r \cdot \frac{T^2}{4\pi^2} \tag{8.3}$$

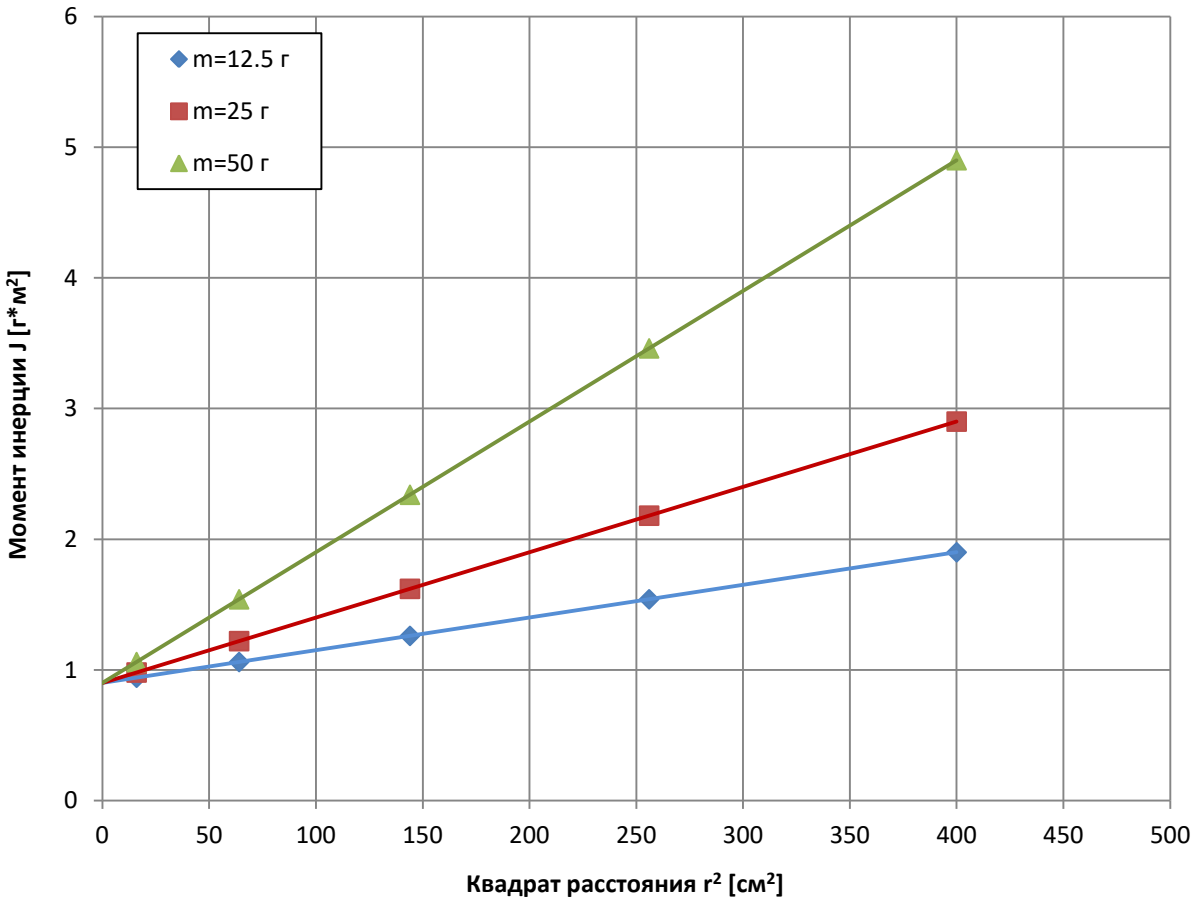

Рис. 8.1 – Момент инерции J вращающегося диска с горизонтальным стержнем как функция квадрата расстояния r от оси вращения до дополнительных грузов массой m

9. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ РАЗЛИЧНЫХ ТЕЛ

Момент инерции определяется как интеграл по объему тела:

$$J = \int_v r_s^2 \cdot \rho(r) \cdot dV \qquad (9.1)$$

где r_s – компонент, перпендикулярный оси вращения; ρ(r) – распределение массы в теле.

Одним из элементов этой лабораторной работы является горизонтальный стержень,закрепленный на шарнире, соединенный со спиральной пружиной. На стержне симметрично на расстоянии r от оси вращения размещены два груза массой m. Для этой вращающейся системы момент инерции определяется как

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot r^2 \qquad (9.2)$$

где J_0 – момент инерции стержня без дополнительных грузов.

В ходе эксперимента на оси вращения над стержнем устанавливаются различные тела правильной геометрической формы. Если период колебаний системы равен T, то верно следующее:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D_r}} \qquad (9.3)$$

где D_r – крутильный коэффициент пружины.

Период колебаний T увеличивается с увеличением момента инерции J. Коэффициент скручивания спиральной пружины можно определить с помощью лабораторного динамометра:

$$D_r = \frac{F \cdot r}{\alpha} \qquad (9.4)$$

где F – сила, необходимая для поворота стержня на угол α.

На рис. 9.1 показана зависимость силы F от обратного плеча приложения 1/r относительно оси вращения. На рис. 9.2 показана зависимость момента инерции дополнительных грузов J_m на горизонтальном стержне от квадрата их расстояния r^2 до оси вращения. Рис. 9.3 иллюстрирует проверку теоремы Гюйгенса-Штейнера при исследовании момента инерции тонкого диска с отверстиями.

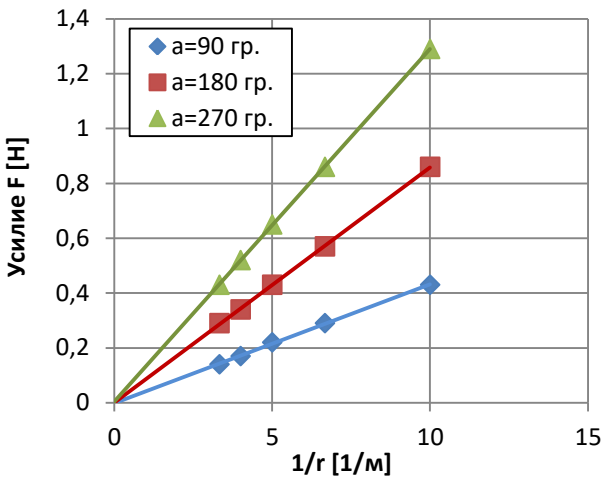

Рис. 9.1 – Зависимость: Приложенная сила–Обратное плечо (F-1/r)

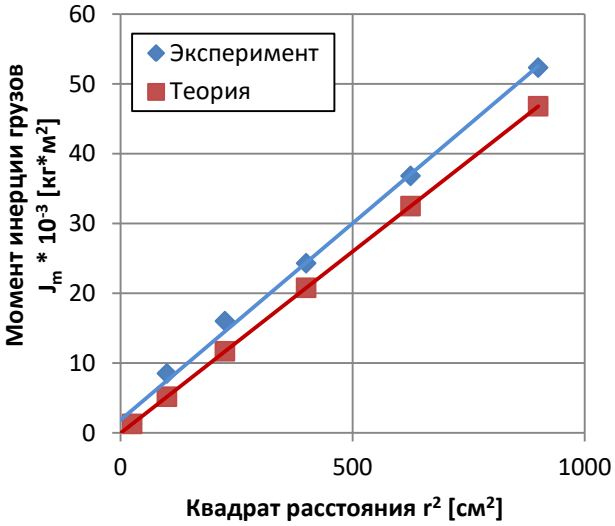

Рис. 9.2 – Зависимость: Момент инерции–Квадрат расстояния (J_m-r^2)

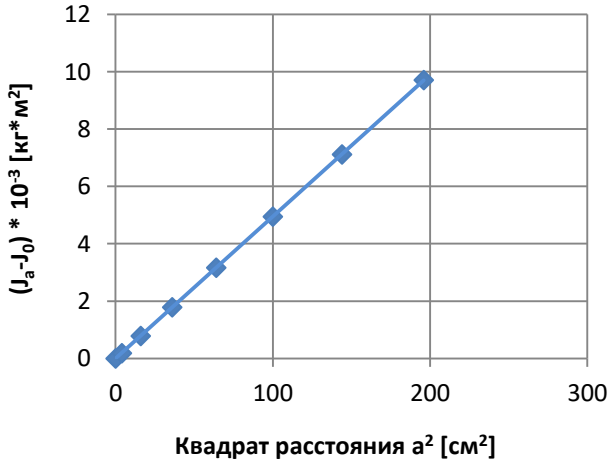

Рис. 9.3 – К проверке теоремы Гюйгенса-Штейнера для тонкого диска с отверстиями

10. МАЯТНИК МАКСВЕЛЛА

Колесо Максвелла при качении вверх и вниз движется со скоростью v. Эта скорость подчиняется следующей фиксированной зависимости от угловой скорости ω, с которой колесо вращается вокруг своей оси:

$$v = \omega \cdot r \qquad (10.1)$$

где r – радиус оси колеса.

Тогда полная энергия равна

$$E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 =$$

$$= m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{J}{m \cdot r^2} + 1\right) \cdot v^2 \qquad (10.2)$$

где m – масса колеса, J – момент инерции, h – высота над нижней точкой, g – ускорение свободного падения.

Когда колесо движется вниз, ускорение определяется как

$$a = g / \left(\frac{J}{m \cdot r^2} + 1\right) \qquad (10.3)$$

Ускорение определяется в эксперименте пройденным расстоянием s за время t (рис. 10.1):

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \qquad (10.4)$$

Его также можно определить по мгновенной скорости, достигнутой за время t (рис. 10.2):

$$v = a \cdot t \qquad (10.5)$$

Из уравнения 10.3 следует:

$$J = m \cdot r^2 \cdot \left(\frac{g}{a} - 1\right) \qquad 10.6)$$

Кинетическая энергия E_{kin} рассчитывается как:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{J}{m \cdot r^2} + 1\right) \cdot v^2 \qquad (10.7)$$

Потенциальная энергия E_{pot} определяется уравнением

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h \qquad (10.8)$$

Потери энергии связаны с тем, что сила трения действует против направления движения, а также происходит изменение направления движения в самой нижней точке (рис. 10.3).

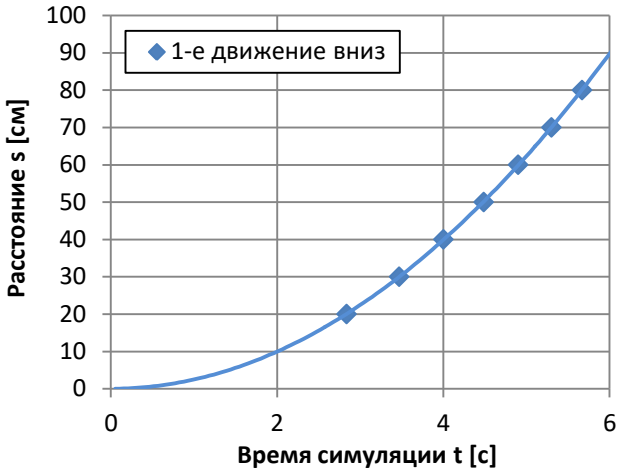

Рис. 10.1 – Зависимость: Расстояние–Время (s-t) для первого движения вниз

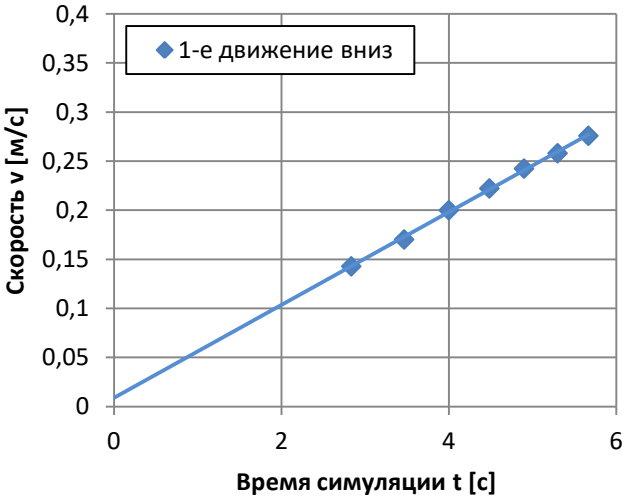

Рис. 10.2 – Зависимость: Скорость–Время (v-t) для первого движения вниз

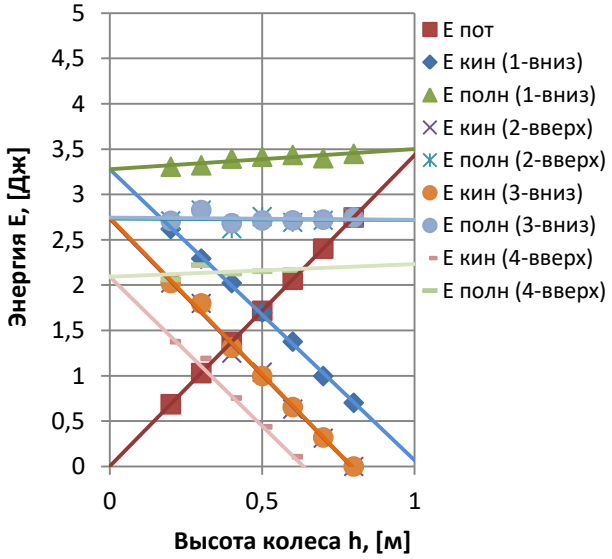

Рис. 10.3 – Зависимость: Энергия–Высота (E-h) для начальных 4-х движений

ССЫЛКИ НА ИНФОРМАЦИОННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. https://www.3bscientific.com – Каталог лабораторного оборудования для проведения физико-технических экспериментов, содержащий более 135 экспериментов по всему спектру физики, от классической до современной.

2. https://www.ld-didactic.de – Лабораторные установки, охватывающие научные и инженерные дисциплины, методическое обеспечение и литература для студентов и преподавателей.

3. https://phys.libretexts.org – Онлайн-библиотека по физике LibreTexts – тексты с открытым доступом для улучшения последипломного образования на всех уровнях высшего образования.

4. https://en.wikipedia.org/wiki/Acceleration – «Acceleration» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.

5. https://en.wikipedia.org/wiki/Equations_of_motion – «Equations of Motion» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.

6. https://en.wikipedia.org/wiki/Collision – «Collision» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.

7. https://en.wikipedia.org/wiki/Conservation_law – «Conservation Law» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.

8. https://en.wikipedia.org/wiki/Free_fall – «Free Fall» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.

9. https://en.wikipedia.org/wiki/Ballistics – «Ballistics» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.

10. https://en.wikipedia.org/wiki/Gyroscope – «Gyroscope» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.

11. https://en.wikipedia.org/wiki/Precession – «Precession» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.

12. https://en.wikipedia.org/wiki/Circular_motion – «Circular Motion» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.

13. https://en.wikipedia.org/wiki/Moment_of_inertia – «Moment of Inertia» статья веб-ресурса Wikipedia – открытой энциклопедии.

14. https://www.physicsclassroom.com – большая коллекция интерактивных физических симуляций HTML-5 для планшетов iPad и Chromebook, наполненная упражнениями для развития навыков, физическими симуляциями и игровыми задачами.